

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2017

PREMIÈRE ÉPREUVE

1^{er} PARTIE

MATHÈMATIQUES

Série Générale

Durée de l'épreuve : 2 heures - 50 points

(dont 5 points pour la présentation de la copie et l'utilisation de la langue française)

Ce sujet comporte 6 page numérotées de la page 1/6 à la page 6/6.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (*circ. 99-186 du 16 novembre 1999*)

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.

Le candidat peut le traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	5 points
Exercice n° 2	6 points
Exercice n° 3	7 points
Exercice n° 4	7 points
Exercice n° 5	8 points
Exercice n° 6	7 points
Exercice n° 7	5 points
Présentation de la copie et usage de la langue française	5 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

THÉMATIQUE COMMUNE DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES-SCIENCES : L'ÉNERGIE

Exercice 1 (5 points)

On considère l'expression : $E = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$

1. Développer E
2. Factoriser E et vérifier que $E = 2F$ où $F = x(x - 2)$
3. Déterminer tous les nombre x tels que $(x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2) = 0$

Exercice 2 (6 points)

Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire un boule au hasard dans le sac.

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13 ?
2. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair ?
3. À-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4 ?
4. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un nombre premier ?

Exercice 3 (7 points)

On considère le programme de calcul ci-contre dans lequel x , Etape1, Etape2 et Résultat sont quatre variables.



1.a Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 20. »

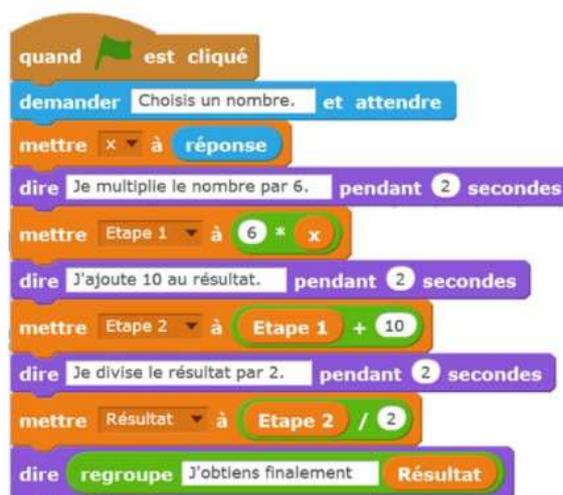
1.b Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?

2. Julie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 8 ».

Quel nombre Julie a-t-elle choisi au départ ?

3. Si on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme, puis réduire cette expression autant que possible.

4. Maxime utilise le programme de calcul ci-dessous :



- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 2 ;
- Multiplier le résultat par 5.

Peut-on choisir un nombre pour lequel le résultat obtenu par Maxime est le même que celui obtenu par Julie ?

Exercice 4 (7 points)

Pour ses 32 ans, Denis a acheté un vélo d'appartement afin de pouvoir s'entraîner pendant l'hiver. La fréquence cardiaque (FC) est le nombre de pulsations (ou battements) du coeur par minute.

1. Denis veut estimer sa fréquence cardiaque : en quinze secondes il a compté 18 pulsations. À quelle fréquence cardiaque, exprimée en pulsations par minute, cela correspond-il ?
2. Son vélo est équipé d'un cardiofréquencemètre qui lui permet d'optimiser son effort en enregistrant toutes les pulsations de son coeur. À un moment donné, le cardiofréquencemètre a enregistré un intervalle de 0,8 s entre deux pulsations. Calculer la fréquence cardiaque qui sera affichée par le cardiofréquencemètre.
3. Après une séance d'entraînement, le cardiofréquencemètre lui a fourni les renseignements suivants :

Nombre de pulsations enregistrées	Fréquence minimale enregistrée	Fréquence moyenne	Fréquence maximale enregistrée
3 640	65 <i>pulsations/minute</i>	130 <i>pulsation/minute</i>	182 <i>pulsations/minute</i>

3.a Quelle est l'étendue des fréquences cardiaques enregistrées ?

3.b Denis n'a pas chronométré la durée de son entraînement. Quelle était cette durée ?

4. Denis souhaite connaître sa **Fréquence cardiaque maximale conseillée** (FCMC) afin de ne pas la dépasser et ainsi ménager son coeur. La FCMC d'un individu dépend de son âge a , exprimé en années, elle peut s'obtenir grâce à la formule suivante établie par Astrand et Ryhming :

$$\text{Fréquence cardiaque maximal conseillé} = 220 - ge$$

On note $f(a)$ la FCMC en fonction de l'âge a , on a donc $f(a) = 220 - a$

4.a Vérifier que la FCMC de Denis est égale à 188 *pulsations/minute*

4.b Comparer la FCMC de Denis avec la FCMC d'une personne de 15 ans.

5. Après quelques recherches, Denis trouve une autre formule permettant d'obtenir sa FCMC de façon plus précise. Si a désigne l'âge d'un individu, sa FCMC peut être calculée à l'aide de la formule de Gellish :

$$\text{Fréquence cardiaque maximale conseillé} = 191,5 - 0,007 \times ge^2$$

On note $g(a)$ la FCMC en fonction de l'âge a , on a donc $g(a) = 191,5 - 0,007 \times a^2$

Denis utilise un tableur pour comparer les résultats obtenus avec les deux formules :

	A	B	C
1	Age a	FCMC $f(a)$ (Astrand et Ryhming)	FCMC $g(a)$ (Gellish)
2	30	190	185,2
3	31	189	184,773
4	32	188	184,332
5	33	187	183,877

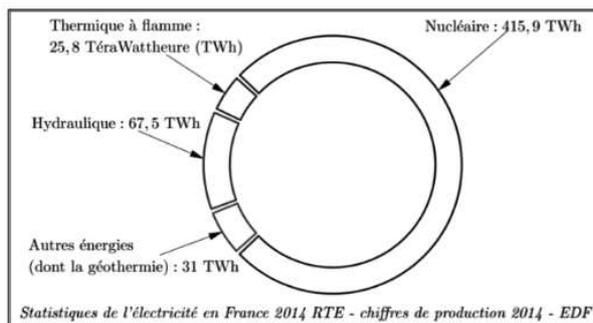
Quelle formule faut-il insérer dans la cellule C2 puis recopier vers le bas, pour pouvoir compléter la colonne « FCMC $g(x)$ (Gellish) » ?

Exercice 5 (5 points)

Un Tera Wattheure est noté : 1 *TWh*.

La géothermie permet la production d'énergie électrique grâce à la chaleur des nappes d'eau souterraines.

Le graphique ci-contre représente les productions d'électricité par différentes sources d'énergie en France en 2014.



1.a Calculer la production d'électricité totale en France en 2014.

1.b Montrer que la proportion d'électricité produite par les « Autres énergie (dont la géothermie) » est environ égale à 5,7%

2. Le tableau suivant présente les productions d'électricité par les différentes sources d'énergie, en France, en 2013 et 2014.

	Thermique à flamme	Hydraulique	Autres énergies (dont géothermie)	Nucléaire
Production en 2013 (en <i>TWh</i>)	43,5	75,1	28,1	403,8
Production en 2014 (en <i>TWh</i>)	25,8	67,5	31	415,9
Variation de production entre 2013 et 2014	-40,7%	-10,1%	+10,3%	+3%

Alice et Tom on discuté quelle est la source d'énergie qui a le plus augmenté sa production d'électricité. Tom pense qu'il s'agit des « Autres énergie (dont géothermie) » et Alice pense qu'il s'agit du « Nucléaire ». Quel est le raisonnement tenu par chacun d'eux ?

3. La centrale de Rittershoffen (Bas-Rhin) a été inaugurée le 7 juin 2016. On y a creusé un puits pour capter l'eau chaude sous pression, à 2 500 m de profondeur, à une température de 170 degrés Celsius.

Ce puits a la forme d'un tronc de cône représenté ci-contre.

Les proportions ne sont pas respectées.

On calcule le volume d'un tronc de cône à l'aide de la formule suivante :

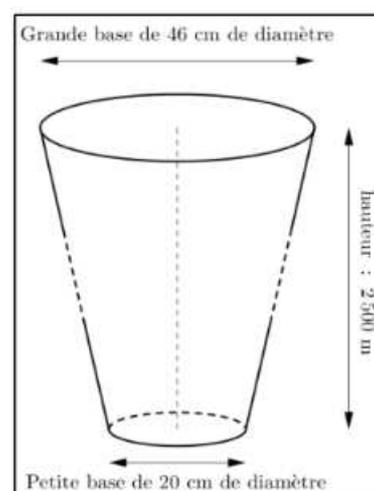
$$V = \frac{\pi}{3} \times h \times (R^2 + R \times r + r^2)$$

où h désigne la hauteur du tronc de cône, R le rayon de la grande base et r le rayon de la petite base.

3.a Vérifier que le volume du puits est environ égal à 225 m^3 .

3.b La terre est tassée quand elle est dans le sol. Quand on l'extrait, elle n'est plus tassée et son volume augmente de 30%.

Calculer le volume final de terre à stocker après le forage du puits.

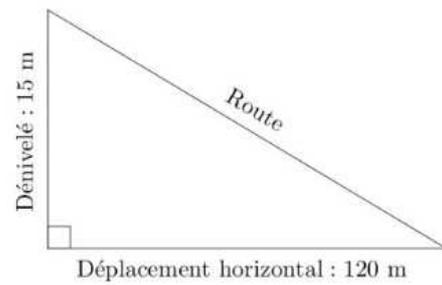


Exercice 6 (6 points)

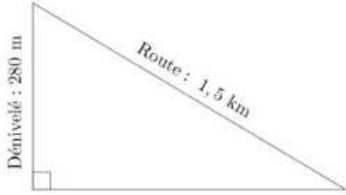
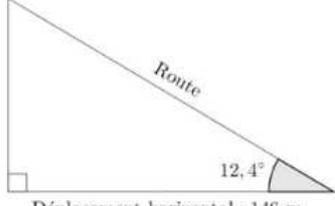
On obtient la pente d'une route en calculant le quotient du dénivelé (c'est-à-dire du déplacement vertical) par le déplacement horizontal correspondant. Une pente s'exprime sous forme d'un pourcentage.

Sur l'exemple ci-contre, la pente de la route :

$$\frac{\text{dénivelé}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{15}{120} = 0,125 = 12,5\%$$



Classer les pentes suivantes dans l'ordre décroissant, c'est à dire de la pente la plus forte à la pente la moins forte.

<p>Route descendant du château des Adhémar, à Montélimar.</p>	
<p>Tronçon d'une route descendant du col du Grand Colombier (Ain).</p>	
<p>Tronçon d'une route descendant de l'Alto de l'Angliru (région des Asturies, Espagne).</p>	

Exercice 7 (5 points)

Alban souhaite proposer sa candidature pour un emploi dans une entreprise. Il doit envoyer dans une seule enveloppe : 2 copies de sa lettre de motivation et 2 copies de son Curriculum Vitæ(CV) . Chaque copie est rédigée sur une feuille de format A4.

1. Il souhaite faire partir son courrier en lettre prioritaire. Pour déterminer le prix du timbre, il obtient sur internet la grille des tarifs d'affranchissement suivante :

Lettre prioritaire

Masse jusqu'à	Tarifs nets
20 g	0,80€
100 g	1,60€
250 g	3,20€
500 g	4,80€
3 kg	6,40€

La tarif d'affranchissement est-il proportionnel à la masse d'une lettre ?

2. Afin de choisir le bon tarif d'affranchissement, il réunit les informations suivantes :

- Masse de son paquet de 50 enveloppes : 175 g ;
- Dimension d'une feuille A4 : 21 cm de largeur et 29,7 cm de longueur ;
- Grammage d'une feuille A4 : 80 g/m² (le grammage est la masse par m² de feuille) ;
- 1 m² = 10⁴ cm².

Quel tarif d'affranchissement doit-il choisir ?

Correction

SUJET DE MATHÉMATIQUES PONDICHÉRY - 2017

Exercice 1

Commentaires : Un exercice classique de développement, factorisation et résolution à l'ancienne. C'est un peu étonnant dans le cadre de la réforme du collège.

Connaissances nécessaires :

- Développer avec la distributivité simple ;
- Développer avec la double distributivité ;
- Factoriser avec un facteur commun ;
- Résoudre une équation produit.

$$1. E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2)$$

$$E = 2x^2 + 3x - 4x - 6 - 3x + 6$$

$$\boxed{E = 2x^2 - 4x}$$

2. On peut utiliser deux méthodes : soit on factorise le facteur commun, soit on vérifie la réponse donnée.

Méthode : factorisation du facteur commun.

$$E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2)$$

$$E = (x-2)[(2x+3) - 3]$$

$$E = (x-2)(2x+3-3)$$

$$E = 2x(x-2)$$

$$E = 2 \times x(x-2) \text{ donc } \boxed{E = 2F}$$

Méthode : on vérifie

$$2F = 2 \times x(x-2)$$

$$2F = 2x(x-2)$$

$$2F = 2x^2 - 4x$$

$$\text{Donc } \boxed{E = 2F}$$

3. Il faut penser à utiliser la forme factorisée !

$$(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0$$

$$2x(x-2) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$x-2 = 0$$

$$x = 2$$

$\boxed{\text{Il y a deux solutions : 0 et 2}}$

Exercice 2

Commentaires : Un exercice finalement assez simple de probabilités qui utilise des connaissances d'arithmétique.

Connaissances nécessaires :

- *Expérience aléatoire à une épreuve en probabilité;*
- *Arithmétique : diviseurs et multiples;*
- *Arithmétique : les nombres premiers.*

1. Nous sommes dans une situation **d'équiprobabilité**.

Il y a 20 issues possibles et une seule sur laquelle on lit le nombre 13.

La probabilité cherchée est $\frac{1}{20}$

2. Il y a 10 boules ayant un numéro pair : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

La probabilité cherchée est $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

3. Les multiples de 4 compris entre 1 et 20 sont : 4, 8, 12, 16, 20

Les diviseurs de 4 compris entre 1 et 20 sont : 1, 2, 4

La probabilité de tirer une boule portant un multiple de 4 est $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

La probabilité de tirer une boule portant un diviseur de 4 est $\frac{3}{20}$

Il y a plus de chance de tirer un multiple de 4 qu'un diviseur de 4.

4. Les nombres premiers compris entre 1 et 20 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

Attention 1 ne possède qu'un seul diviseur : il n'est pas premier!

La probabilité cherchée est $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

Exercice 3

Commentaires : *C'est un exercice d'algorithmique qui utilise Scratch. Celui-ci concerne les programmes de calcul. La fin est un peu difficile car les nombres à trouver sont rationnels, des fractions non décimales, ce qui empêche la recherche empirique.*

Connaissances nécessaires :

- *Algorithmique et Scratch;*
- *Programme de calcul;*
- *Écriture algébrique d'un programme de calcul.*

1.a On obtient successivement :

À l'Étape 1 : $5 \times 6 = 30$ puis à l'Étape 2 : $30 + 10 = 40$ et enfin à l'Étape 3 : $40 \div 2 = 20$

Le programme répond « J'obtiens finalement 20 »

1.b On obtient successivement :

À l'Étape 1 : $7 \times 6 = 42$ puis à l'Étape 2 : $42 + 10 = 52$ et enfin à l'Étape 3 : $52 \div 2 = 26$

Le programme répond « J'obtiens finalement 26 »

2. *On peut utiliser deux méthodes : on remonte le programme ou une équation*

Méthode : la remontée

On arrive à 8 à l'Étape 3, donc à l'Étape 2 on avait $8 \times 2 = 16$

Puis à l'Étape 1 on avait : $16 - 10 = 6$

Donc au départ le nombre était 1 car $1 \times 6 = 6$.

Méthode : équation

Posons x le nombre de départ

À l'Étape 1 on a : $6x$ puis à l'Étape 2 : $6x + 10$ et enfin $(6x + 10) \div 2$

Il faut résoudre :

$$(6x + 10) \div 2 = 8$$

$$6x + 10 = 16$$

$$6x = 16 - 10$$

$$6x = 6$$

$$x = 1$$

Le nombre de départ est 1

3. En reprenant la méthode équation précédente on arrive à :

$$(6x + 10) \div 2 = 3x + 5$$

La forme la plus simplifiée est $3x + 5$

4. Écrivons le programme de Julie sous forme algébrique.

x désigne le nombre de départ, le programme de Julie correspond à $(x + 2) \times 5 = 5x + 10$

Il faut donc résoudre l'équation :

$$5x + 10 = 3x + 5$$

$$5x - 3x = 5 - 10$$

$$2x = -5$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

$$x = -2,5$$

En choisissant $-2,5$ on obtient le même résultat !

Exercice 4

Commentaires : C'est un exercice d'algorithmique qui utilise Scratch. Celui-ci concerne les programmes de calcul. La fin est un peu difficile car les nombres à trouver sont rationnels, des fractions non décimales, ce qui empêche la recherche empirique.

Connaissances nécessaires :

- Algorithmique et Scratch;
- Programme de calcul;
- Écriture algébrique d'un programme de calcul.

1. 18 pulsations en 15 s.

Si on remarque que $15 \text{ s} \times 4 = 60 \text{ s} = 1 \text{ min}$ on arrive facilement à $18 \times 4 = 72$

Sinon, on peut calculer le nombre de pulsation en 1 s et $\frac{18}{15 \text{ s}} = 1,2$ puis $1,2 \text{ s} \times 60 = 72$

Enfin, ce qui revient au même on pouvait utiliser un tableau de proportionnalité et un produit en croix :

Temps	15 s	1 min = 60 s
Pulsation	18	$\frac{18 \times 60}{15} = 72$

La fréquence cardiaque est donc de 72 pulsations par minute.

2. 0,8 s entre 2 pulsations c'est à dire une pulsation toutes les 0,8 s

On peut à nouveau utiliser un tableau de proportionnalité ou un retour à l'unité.

Temps	0,8 s	1 min = 60 s
Pulsation	1	$\frac{1 \times 60}{0,8} = 75$

Où alors on se demande combien de fois 0,8 s se trouve dans 1 min.

C'est à dire $60 \text{ s} \div 0,8 = 75$

La pulsation cherchée est 75

3.a L'étendue est la différence entre le maximum et le minimum.

$$182 - 65 = 117$$

L'étendue est 117 pulsations.

3.b En observant la pulsation moyenne on constate que chaque minute son coeur a battu 130 pulsations.

Or il a battu en tout 3 640 pulsations.

$$3\,640 \div 130 = 28$$

Il a donc fait une séance de 28 min

4.a Denis a 32 ans, $f(32) = 220 - 32 = 188$

La pulsation est bien de 188 pulsations par minutes

4.b Pour une personne de 15 ans il faut calculer $f(15) = 220 - 15 = 205$

Une personne de 15 ans à une FCMC de 205

5. Il faut saisir $= 191,5 - 0,007 * A2 * A2$ ou $= 191,5 - 0,007 * A2^2$

Exercice 5

Commentaires : Cet exercice utilise un graphique, un tableau et les pourcentages. Il est assez facile et demande des compétences en pourcentages.

Connaissances nécessaires :

- lecture graphique ;
- lecture d'un tableau ;
- Pourcentages, augmentation en pourcentage.

1.a Il suffit d'ajouter les différentes sources :

$$31 \text{ TWh} + 67,5 \text{ TWh} + 25,8 \text{ TWh} + 415,9 \text{ TWh} = 540,2 \text{ TWh}$$

La production totale d'électricité est 540,2 TWh

1.b Les autres énergie représentent 31 TWh sur 540,2 TWh

$$\text{Calculons } \frac{31}{540,2} \approx 0,057 \text{ or } 0,057 = \frac{5,7}{100}$$

La part des « Autres énergies » est bien de 5,7%

2.a En pourcentages, les « Autres énergies » ont augmenté de 10,3% soit $31 \text{ TWh} - 28,1 \text{ TWh} = 2,9 \text{ TWh}$

En TWh , le « Nucléaire » a augmenté de $415,9 TWh - 403,8 TWh = 12,1 TWh$ alors qu'en pourcentages on a 3%

Tom raisonne en pourcentage, Alice en unité soit en TWh

3.a Il faut utiliser la formule avec les données de l'énoncé :

$$V = \frac{\pi}{3} \times 2\,500\,m \times ((23\,cm)^2 + 23\,cm \times 10\,cm + (10\,cm)^2)$$

$$V = \frac{\pi}{3} \times 2\,500\,m \times ((0,23\,m)^2 + 0,23\,m \times 0,10\,m + (0,10\,m)^2)$$

$$V = \frac{\pi}{3} \times 2\,500\,m \times (0,0529\,m^2 + 0,0230\,m^2 + 0,01\,m^2)$$

$$V = \frac{\pi}{3} \times 2\,500\,m \times 0,0859\,m^2$$

$$V = \frac{\pi}{3} \times 214,750\,m^3 \approx 225\,m^3$$

3.b Il y a au moins deux méthodes :

Méthode 1 :

On sait que augmenter de 30% revient à multiplier par 1,30

$$225\,m^3 \times 1,30 = 292,5\,m^3$$

Méthode 2 :

Calculons les 30% de $225\,m^3$.

$$\frac{30}{100} \times 225\,m^3 = \frac{6\,750\,m^3}{100} = 67,5\,m^3$$

$$\text{Ainsi } 225\,m^3 + 67,5\,m^3 = 292,5\,m^3$$

Le volume de la terre est $292,5\,m^3$

Exercice 6

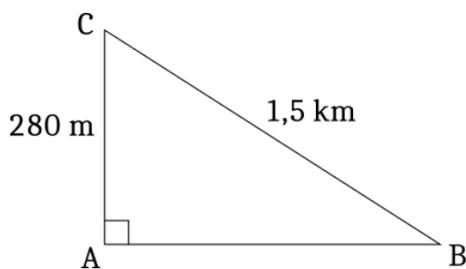
Commentaires : La notion de pente dans un triangle rectangle fait utiliser le théorème de Pythagore et la trigonométrie.

Connaissances nécessaires :

- le théorème de Pythagore ;
- trigonométrie.

Route du grand Colombier

On peut utiliser **théorème de Pythagore** pour calculer le côté manquant.



Dans le triangle ABC rectangle A , d'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Comme $1,5\,km = 1\,500\,m$

$$AB^2 + 280^2 = 1\,500^2$$

$$AB^2 + 78\,400 = 2\,250\,000$$

$$AB^2 = 2\,250\,000 - 78\,400$$

$$AB^2 = 2\,171\,600$$

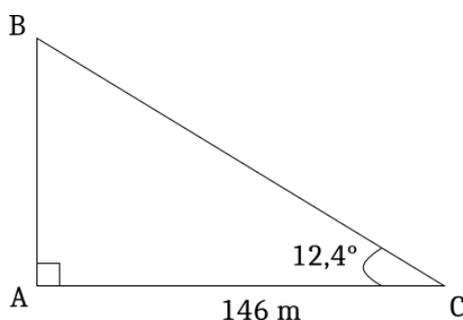
$$AB = \sqrt{2\,171\,600}$$

$$AB \approx 1\,473,63$$

La pente de cette route est d'environ $\frac{280}{1\,473,63} \approx 0,19$

La route du Grand Colombier a une pente de 19%

La route de l'Alto de l'Angliru



Dans le triangle ABC rectangle en A

$\tan 12,4^\circ = \frac{AB}{146}$ ainsi $AB = 146 \times \tan 12,4^\circ$ et ainsi $AB \approx 32,1$

La pente de cette route est d'environ $\frac{32,1}{146} \approx 0,22$

La route de l'Alto de l'Angliru a une pente de 22%

Dans l'ordre décroissant on a $24\% > 22\% > 19\%$

Exercice 7

Commentaires : *Un exercice qui fait penser à un plus ancien sur le même thème... mais un peu plus ridicule*

Connaissances nécessaires :

- la proportionnalité;
- lecture de consignes complexes;
- calcul de surface;
- grandeurs composées.

1. Si le tarif d'affranchissement était proportionnel au poids de la lettre, alors une lettre deux fois plus lourde coûterait deux fois plus cher.

Une lettre de 20 g coûte 0,80€ et une lettre de 100 g soit 5 fois plus lourde coûte seulement 2 fois plus cher soit 1,60€.

Le prix n'est pas proportionnel à la masse !

On pouvait aussi vérifier un produit en croix, par exemple :

$$20 \times 1,60 = 32 \text{ alors que } 100 \times 0,80 = 80!!$$

2. C'est un exercice difficile, un peu compliqué, il faut utiliser la notion de grammage, la masse surfacique.

Il envoie 4 feuille dans une enveloppe.

Il faut calculer la masse d'une feuille et la masse d'une enveloppe.

50 enveloppes pèsent 175 g donc une enveloppe pèse $175 \text{ g} \div 50 = 3,5 \text{ g}$

Une feuille de 1 m^2 pèse 80 g.

Calculons la surface d'une feuille A4 : $21 \text{ cm} \times 29,7 \text{ cm} = 623,7 \text{ cm}^2$

$1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$

Ainsi $10\,000 \text{ cm}^2$ pèse 80 g. Nous cherchons la masse de $623,7 \text{ cm}^2$.

On peut utiliser soit un retour à l'unité, c'est à dire la masse d' 1 cm^2 ou un tableau de proportionnalité.

La masse d'un cm^2 est $80 \text{ g} \div 10\,000 = 0,008 \text{ g}$.

Ainsi une feuille de $623,7 \text{ cm}^2$ a une masse de $623,7 \times 0,008 \text{ g} = 4,9896 \text{ g}$

Finalement l'envoi de quatre feuille et une enveloppe va peser :

$4 \times 4,9896 \text{ g} + 3,5 \text{ g} = 19,9584 \text{ g} + 3,5 \text{ g} = 23,4584 \text{ g}$

Il faut donc choisir un affranchissement pour 100 g soit 1,60€!

Encore un exercice exceptionnel où nos élèves vont enfin comprendre à quoi servent les mathématiques... ou alors ils iront directement à la Poste comme vous et moi pour peser la lettre ... désespérant!!!